

SOMMARIO

PROBLEMI DI ADATTAMENTO FRA GENERATORE E CARICO	2
<i>Introduzione</i>	2
<i>Condizioni di adattamento di massima tensione</i>	2
<i>Condizioni di adattamento di massima corrente</i>	2
<i>Condizioni di adattamento di massima potenza</i>	3
<i>Condizioni di adattamento di uniformità (minima distorsione della forma d'onda)</i>	3
<i>Condizioni di non distorsione di Heaviside</i>	4
<i>Problematiche reali</i>	5
<i>Adattamento di massima potenza con trasformatore</i>	5
<i>Adattamento di massima potenza con bipoli reattivi (a T o pi-greca)</i>	6
<i>Osservazioni</i>	6
<i>Adattamento di massima tensione con inseguitore OVA</i>	7
<i>Adattamento di uniformità (sonde oscilloscopio problema della compensazione)</i>	7
<i>Modalità di compensazione della sonda di un oscilloscopio</i>	8

Problemi di Adattamento fra Generatore e Carico

prof. Cleto Azzani
IPSIA Moretto Brescia

Ottobre 1996

$$\left| \frac{\bar{Z}_c}{\bar{Z}_i} \right| \ll 1 \quad 4.8$$

Infatti se risulta verificata la condizione:

$$\left| \bar{Z}_c \right| \ll \left| \bar{Z}_i \right| \quad 4.9$$

risulta :

$$I_c \cong \frac{E}{\bar{Z}_i} \quad 4.10$$

La condizione di perfetto adattamento di massima corrente si ha qualora siano verificate una delle seguenti condizioni:

$$\bar{Z}_i \neq 0 \quad \bar{Z}_c = 0 \quad 4.11$$

$$\bar{Z}_i = \infty \quad \bar{Z}_c \neq 0 \quad 4.12$$

Condizioni di adattamento di massima potenza

Si parla di adattamento energetico o di massima potenza quando si vuole trasferire sul carico Z_c la massima potenza attiva che il generatore é in grado di fornire; beninteso che il generatore é un bipolo cui si accede tramite i due morsetti esterni A e B all'interno dei quali generalmente non si può operare. É noto che tale problema porta alla seguente soluzione:

$$Z_c = \bar{Z}_i^* \quad 4.13$$

$$R_c = R_i \quad 4.14$$

$$X_c = -X_i$$

in questo caso risulta :

$$I_c = \frac{E}{R_i + R_c} = \frac{E}{2R_i} = \frac{E}{2R_c} \quad 4.15$$

$$V_c \cdot I_c^* = P_c + jQ_c = \frac{E^2}{4R_c} \quad 4.16$$

Questo é il classico problema che si pone negli stadi amplificatori di potenza in BF ove si tratta di avere la massima potenza sul carico.

É importante osservare che l'adattamento di massima potenza, nel caso in cui o l'impedenza interna o quella di carico non si possano ritenere puramente ohmiche, si verifica solamente alla frequenza per cui il circuito di fig. 1 risona (risonanza serie).

Condizioni di adattamento di uniformità (minima distorsione della forma d'onda)

Le condizioni di adattamento di uniformità si impongono in circuiti dove il generatore E é un generatore di fem periodica non sinusoidale (generatore di onde quadre, triangolari, a dente di sega) l'impedenza del generatore non é puramente resistiva ma si vuole comunque ottenere sul carico Z_c una forma d'onda strutturalmente identica a quella del generatore. Con riferimento allo schema di fig. 1 é immediato pervenire al seguente risultato :

$$\bar{V}_c = \frac{E \cdot \bar{Z}_c}{\bar{Z}_i + \bar{Z}_c} = \frac{E}{1 + \frac{\bar{Z}_i}{\bar{Z}_c}} \quad 4.17$$

da cui é semplice ricavare l'espressione della funzione di trasferimento (rapporto fra grandezza d'uscita e quella d'entrata) del sistema :

$$F(j\omega) = \frac{V_c}{E} = \frac{1}{1 + \frac{\bar{Z}_i}{\bar{Z}_c}} \quad 4.18$$

volendo realizzare le condizioni di adattamento di uniformità (minima distorsione della forma d'onda) si dovrà avere:

$$\frac{\bar{Z}_i}{\bar{Z}_c} = k \quad \text{con } k \text{ reale e indipendente da } \omega \quad 4.19$$

Infatti se la condizione espressa dalla 4.19 risulta soddisfatta anche la $F(j\omega)$ risulta reale e indipendente da ω ; ciò significa che tutte le componenti armoniche presenti nel segnale E vengono attenuate dello stesso fattore, non vengono sfasate nel passaggio dal generatore E ai morsetti del carico AB .

Il problema dell'adattamento di uniformità si riscontra ad esempio in campo telefonico ove si pone il problema di ricostruire, con la migliore fedeltà possibile, il segnale trasmesso da una sorgente lontana E che attraverso una linea Z_i è collegata ad un ricevitore Z_c ; attuare le condizioni di adattamento di uniformità significa in altri termini scegliere opportunamente il ricevitore in modo che in banda fonica la 4.19 risulti soddisfatta.

Le condizioni di adattamento di uniformità espresse dalla 4.19 non sono altro che un caso particolare delle più generali condizioni di non distorsione di Heaviside.

Condizioni di non distorsione di Heaviside

Si consideri un sistema fisico rappresentato come in fig. 2 in cui $x(t)$ rappresenti il segnale d'ingresso, $y(t)$ rappresenti il segnale d'uscita $X(\omega)$ e $Y(\omega)$ rispettivamente le trasformate di Fourier dei segnali di ingresso e di uscita. Un sistema fisico reale dovrà avere certamente un comportamento causale: non potrà avere uscita $y(t)$ prima di avere applicato il segnale di ingresso.

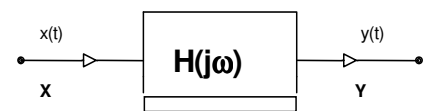


fig. 2 Schema a blocchi di un generico sistema

Volendo imporre che il sistema di fig. 2 non introduca distorsione dovrà essere verificata la condizione:

$$y(t) = k \cdot x(t - t_0) \quad 4.20$$

Ossia il segnale di uscita dovrà essere una versione amplificata ($k > 1$) o attenuata ($k < 1$) in ampiezza del segnale di ingresso tutt'al più traslata del segnale di ingresso (per tenere conto della sua causalità). Passando alle trasformate di Fourier (dominio di ω) si ha :

$$Y(\omega) = k \cdot X(\omega) \cdot e^{-j\omega t_0} \quad 4.21$$

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = k \cdot e^{-j\omega t_0} \quad 4.22$$

$$|H(\omega)| = k \quad 4.23$$

$$\varphi(\omega) = \text{Arg}[H(\omega)] = -\omega t_0 \quad 4.24$$

Un sistema non distorcente deve soddisfare le condizioni 4.23 e 4.24 dette comunemente "Condizioni di non distorsione di Heaviside". Esse richiedono alla f.d.t. $H(\omega)$ del sistema un modulo costante al variare di ω e una fase che varia linearmente al variare di ω come riportato nei grafici di fig. 3 e 4.

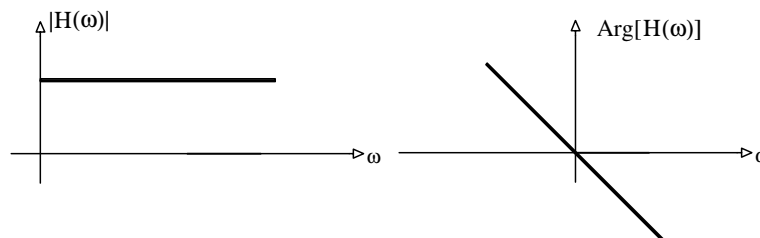


fig. 3 e 4 Andamento del Modulo e della Fase in un sistema privo di distorsione

Problematiche reali

Le condizioni di adattamento fra generatore e carico, a volte, non possono essere soddisfatte in quanto non è possibile apportare modifiche strutturali nè al generatore (valore della sua impedenza interna) e nemmeno al carico. Si ricorre allora all'utilizzo dei cosiddetti "quadripoli adattatori" come riportato in fig. 5.

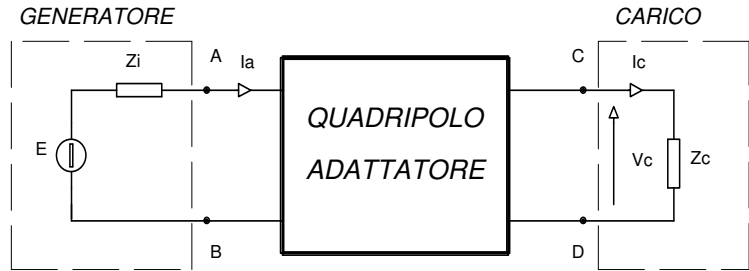


fig. 5 Impiego di quadripoli adattatori

La funzione del quadripolo è quella di far sì che le condizioni di adattamento siano soddisfatte sulla sezione A-B (vedi in proposito la fig. 6).

Nel circuito di fig. 6 Zab rappresenta l'impedenza vista ai morsetti AB nella rete di fig. 5.

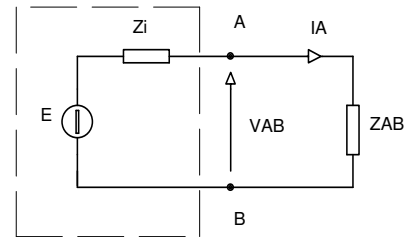


fig. 6 Circuito equivalente alla rete di fig. 5

Con una serie di esempi specifici verranno meglio chiariti i concetti qui esposti relativamente alle varie situazioni pratiche in cui si incontra il problema di adattare un carico ad un generatore.

Adattamento di massima potenza con trasformatore

Nel campo delle B.F. (basse-frequenze o frequenze audio) viene usato come quadripolo adattatore un trasformatore monofase interposto fra generatore e carico come riportato in fig. 7.

Le relazioni matematiche (modello ideale) che intercorrono fra le grandezze elettriche relative al trasformatore vengono di seguito riportate :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = n$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = n$$

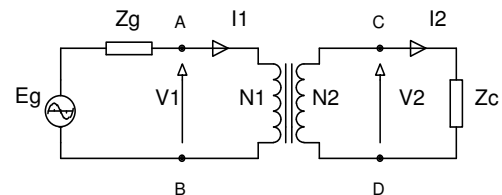


fig. 7 Adattamento di impedenza con trasformatore

$$4.25$$

$$4.26$$

Indichiamo con Zab l'impedenza che si presenta fra i morsetti A-B primari del trasformatore. La sua espressione si ottiene ricavando dalla 4.25 V1, ricavando dalla 4.26 I1 e sostituendo nella espressione seguente:

$$Z_{AB} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{n \cdot V_2}{\frac{V_2}{n}} = n^2 \frac{V_2}{I_2} = n^2 Z_c = n^2 R_c + j n^2 X_c$$

$$4.27$$

Le condizioni 4.13 o 4.14 possono essere scritte fra la Zg e la Zab data dalla 4.27.

$$R_i = n^2 R_c$$

$$4.28$$

$$X_i = -n^2 X_c$$

L'analisi delle espressioni 4.28 ci porta alle seguenti conclusioni:

a) La reattanza del carico deve essere di segno opposto rispetto a quella del generatore

b) Il rapporto spire del trasformatore deve soddisfare la relazione:

$$n = \sqrt{\frac{R_i}{R_c}} = \sqrt{\frac{|X_i|}{|X_c|}} \quad 4.29$$

Adattamento di massima potenza con bipoli reattivi (a T o pi-greca)

Nel campo delle R.F. (radiofrequenze) sono spesso usati quadripoli reattivi con gli elementi connessi a T oppure a Π come quadripoli di adattamento.

La condizione di massimo trasferimento di potenza viene ricavata ipotizzando che la reattanza capacitiva X_c sia in valore assoluto eguale a quella induttiva X_l .

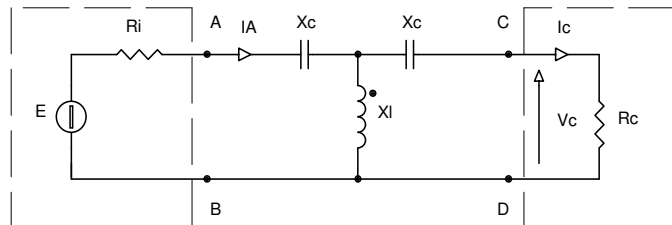


fig. 8 Quadripolo adattatore a T

$$|X_c| = X_l = X \quad 4.30$$

Sarà quindi possibile scrivere le seguenti relazioni:

$$X_l = jX \quad 4.31$$

$$X_c = -jX \quad 4.32$$

Ricavando l'espressione analitica di Z_{AB} nel circuito di fig. 8 si ha:

$$Z_{AB} = -jX + \frac{jX(R_c - jX)}{R_c} = \frac{X^2}{R_c} \quad 4.33$$

La condizione di adattamento 4.14 diviene perciò :

$$R_i = \frac{X^2}{R_c} \quad 4.34$$

$$X = \sqrt{R_i \cdot R_c} \quad 4.35$$

Analizzando il circuito di fig. 9 in modo perfettamente analogo a quello di fig. 8, si perviene ad una espressione analitica identica alla 4.35.

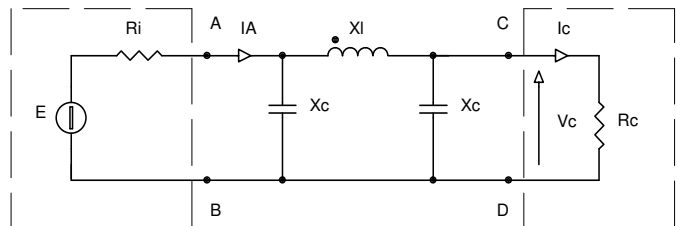


fig. 9 Quadripolo adattatore a Pi greca

Osservazioni

- La condizione di adattamento riportata nella espressione 4.35 è valida solo alla frequenza f per cui è verificata la relazione 4.30. Modificando la frequenza di lavoro la condizione di adattamento energetico non risulta più soddisfatta a meno che non si modifichino i componenti in modo da rendere nuovamente soddisfatta la 4.30.
- L'espressione 4.35 ci porta ad affermare che : la reattanza X del bipolo adattatore deve assumere un valore pari alla "media geometrica" fra il valore della resistenza del generatore R_i e la resistenza del carico R_c .

Adattamento di massima tensione con inseguitore OVA

Nel campo dei circuiti elettronici sovente ci si trova di fronte alla necessità di dover applicare il segnale proveniente da un generatore con elevata resistenza interna (trasduttori piezo-elettrici o ceramici, microfoni a condensatore, ecc.) ad un carico di valore modesto. È chiaro che il collegamento diretto di fig. 1 non è assolutamente indicato in quanto essendo

$$R_g \gg R_c \quad 4.36$$

si avrebbe

$$V_c \ll E_g \quad 4.37$$

È opportuno perciò inserire fra generatore e carico, un circuito che presenti una elevatissima impedenza in ingresso ed una bassa resistenza in uscita.

I circuiti cosiddetti inseguitori realizzati sia con BJT, con JFET o MOSFET, oppure con amplificatori operazionali hanno una resistenza di ingresso R_i piuttosto elevata, una resistenza di uscita R_u piuttosto bassa e in genere un guadagno di tensione unitario. In fig. 10 l'adattamento di massima V è stato realizzato utilizzando un OVA in connessione inseguitore.

Per realizzare un ottimo adattamento di massima tensione devono essere soddisfatte quindi le seguenti relazioni:

$$R_i \gg R_g \quad 4.38$$

$$R_u \ll R_c \quad 4.39$$

Adattamento di uniformità (sonde oscilloscopio problema della compensazione)

La compensazione delle sonde degli oscilloscopi è un classico esempio di adattamento di uniformità.

Le sonde negli oscilloscopi hanno il compito di ridurre in modo appropriato l'ampiezza del segnale prelevato da un circuito in modo che con la sua ampiezza non vada a distruggere i circuiti di ingresso dell'oscilloscopio che viene usato per effettuare le misure.

La prima idea potrebbe essere quella di ricorrere ad un partitore ohmico costituito da due resistori R_1 ed R_2 di precisione opportunamente prescelti inseriti come indicato in fig. 11; scegliendo ad esempio $R_1 = 9 R_2$ il partitore divide la V_{ab} per 10.

Il circuito di ingresso dell'oscilloscopio presenta sempre una capacità parassita di ingresso C_i (ordine pF) che viene a trovarsi in parallelo a R_2 e che conferisce le proprietà di filtro passa basso al circuito di fig. 14. Infatti la funzione di trasferimento del circuito di fig. 11 è data dall'espressione:

$$F(j\omega) = \frac{V_2}{E} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + j\omega C_i R_2 R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega C_i \frac{R_2 R_1}{R_1 + R_2}} \quad 4.40$$

È evidente che verranno introdotte distorsioni inaccettabili quando si analizzano segnali di forma d'onda periodica ma non sinusoidale (onde quadre, triangolari, ecc.) che contengono componenti armoniche ad alta frequenza. Il problema viene risolto introducendo nel circuito una capacità C_1 (solitamente semifissa: trimmer capacitivo) in parallelo a R_1 (capacità di compensazione) come presentato nel circuito di fig. 12.

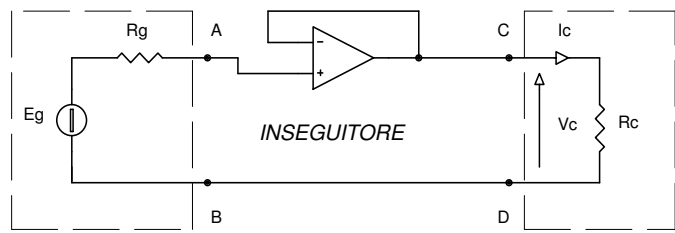


fig. 10 Adattamento di massima V realizzato con Inseguitore OVA

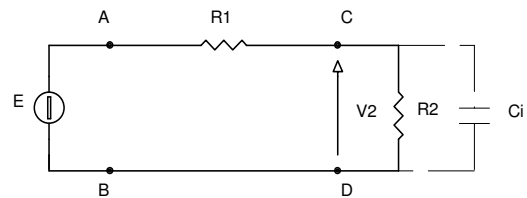


fig. 11 Partitore non Compensato

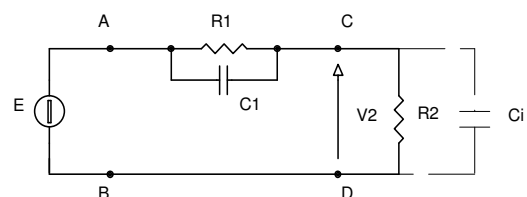


fig. 12 Partitore Compensato

Andiamo ora a studiare analiticamente il comportamento del circuito di fig. 12 per determinare le condizioni di adattamento di uniformità.

Ricaviamo innanzitutto la espressione della funzione di trasferimento del partitore:

$$F(j\omega) = \frac{V_2}{E} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}} \quad 4.41$$

ove Z_1 e Z_2 sono così definite :

$$Z_1 = \frac{R_1}{1 + j\omega C_1 R_1} \quad 4.42$$

$$Z_2 = \frac{R_2}{1 + j\omega C_i R_2} \quad 4.43$$

da cui:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{R_1}{1 + j\omega C_1 R_1} \cdot \frac{1 + j\omega C_i R_2}{R_2} = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{1 + j\omega C_i R_2}{1 + j\omega C_1 R_1} \quad 4.44$$

Poiché $F(j\omega)$ deve risultare costante ed indipendente da ω , per la 4.19 anche l'espressione 4.44 dovrà risultare costante ed indipendente da ω ; ciò implica che sia:

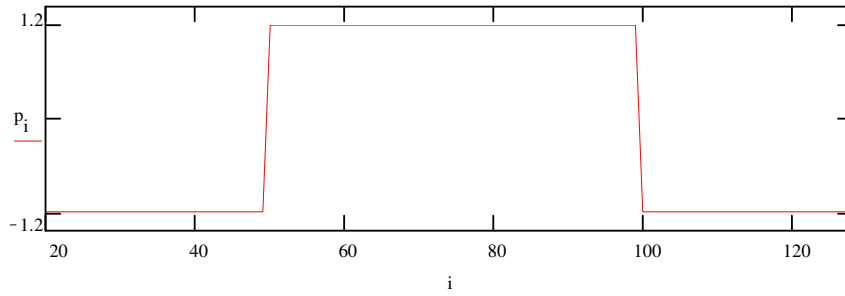
$$C_1 R_1 = C_i R_2 \quad 4.45$$

La condizione di compensazione del partitore 4.45 è la condizione di adattamento di uniformità fra generatore e carico.

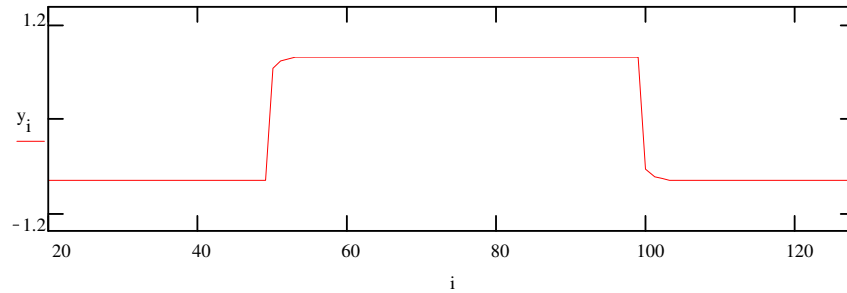
Modalità di compensazione della sonda di un oscilloscopio

Ogni oscilloscopio è sempre dotato di sorgente interna di calibrazione costituita da un generatore di onde quadre di frequenza approssimativa pari a 1 KHz di ampiezza attorno a 500 mV. Oltre a verificare le condizioni di calibrazione dei canali di ingresso dell'oscilloscopio, è possibile verificare se una sonda è o non è compensata.

Alimentando con questa sorgente (onda quadra) la sonda, sullo schermo dell'oscilloscopio può apparire un'onda quadra con i fronti non perfettamente ripidi con evidenti salite e discese di tipo esponenziale. Questa situazione indica che il partitore è insufficientemente compensato; C_1 è di valore inferiore a quello dato dall'espressione 4.46, il partitore ha un comportamento di tipo passa basso. Se sullo schermo dell'oscilloscopio appare un'onda quadra caratterizzata da una risposta sui fronti più marcata rispetto a quella in regime permanente, il partitore ha un comportamento di tipo passa alto, il partitore è sovracompensato (C_1 di valore superiore al valore fornito dall'espressione 4.46). È evidente che la condizione di perfetta compensazione è rappresentata dal fatto che sullo schermo dell'oscilloscopio appare un'onda quadra priva di qualsiasi deformazione.

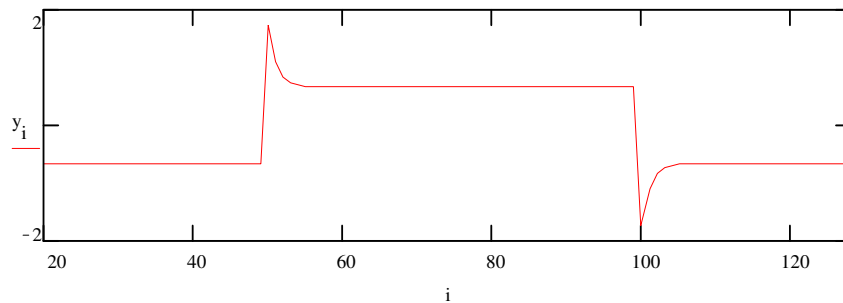


Forma d'onda di ingresso al partitore



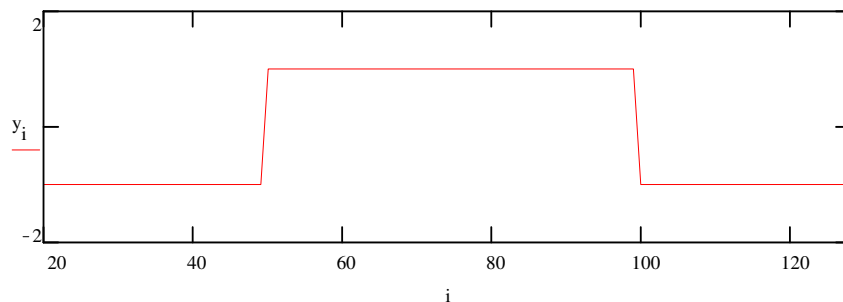
Forma d'onda di uscita al partitore nel caso di insufficiente compensazione

In figura 13 sono riportati i grafici della tensione in ingresso e in uscita ad un partitore compensato nella ipotesi che risulti $C1R1 < C2R2$



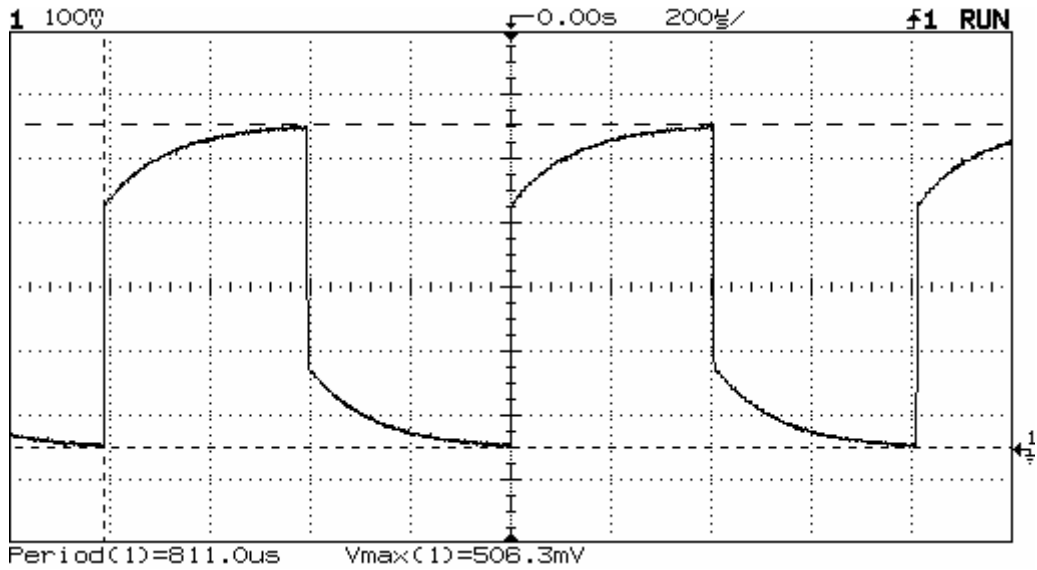
Forma d'onda di uscita al partitore nel caso di eccessiva compensazione

In figura 14 é riportato il grafico della tensione in uscita ad un partitore compensato nella ipotesi che risulti $C1R1 > C2R2$

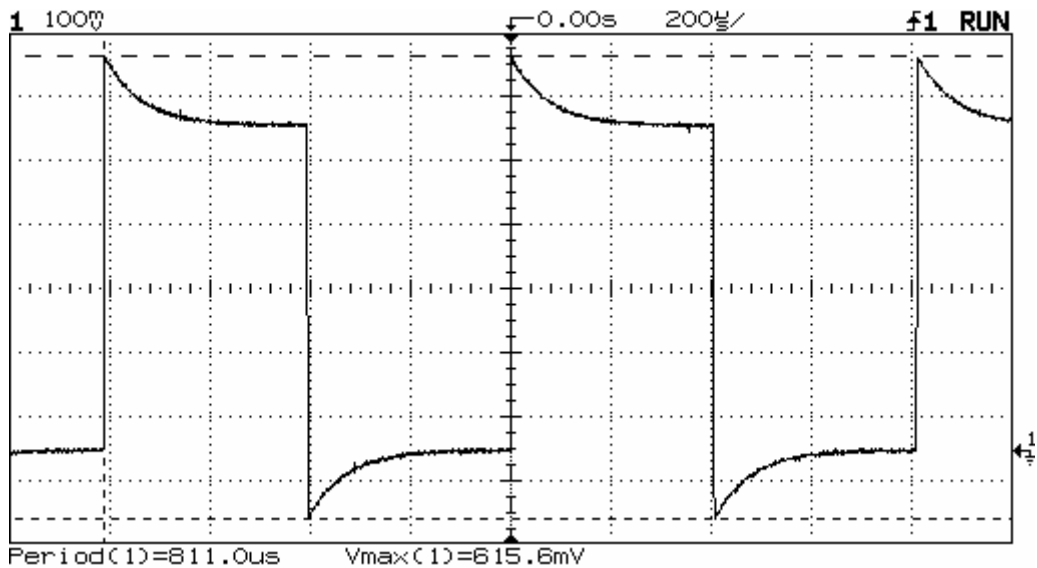


Forma d'onda di uscita al partitore nel caso di perfetta compensazione

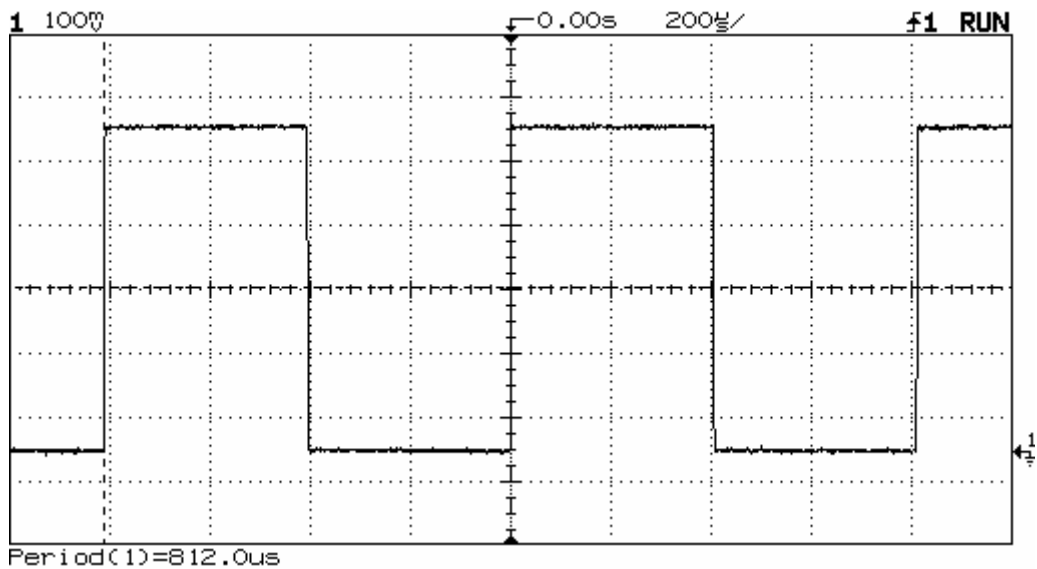
In figura 15 é riportato il grafico della tensione in uscita ad un partitore compensato nella ipotesi che risulti $C1R1 = C2R2$



Forma d'onda in uscita alla sonda di un oscilloscopio nel caso di insufficiente compensazione.



Forma d'onda in uscita alla sonda di un oscilloscopio nel caso di eccessiva compensazione.



Forma d'onda in uscita alla sonda di un oscilloscopio nel caso di perfetta compensazione.