Schemi a blocchi

prof. Cleto Azzani
IPSIA Moretto Brescia
1996

Rappresentazioni attraverso gli schemi a blocchi

Nell'ambito della rappresentazione di un sistema fisico attraverso un modello matematico si ricorre spesso all'uso di schemi a blocchi. Tale tipo di rappresentazione fa uso di un ridotto numero di simboli che qui di seguito per brevità riportiamo.

Blocco generico (sistema fisico)

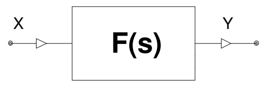

fig.1 Blocco singolo

Viene rappresentato con un rettangolo cui confluiscono una o più grandezze di ingresso e da cui si dipartono una o più grandezze di uscita. Nella sua formula più semplice esso è rappresentato da un blocco con un unico ingresso generalmente rappresentato con la lettera X e da una sola uscita genericamente denominata Y. Ogni blocco è individuato dalla funzione di trasferimento che esprime, nel dominio di s (variabile di Laplace) il legame matematico esistente fra ingresso ed uscita.

$$F(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \qquad 5.1$$

La grandezza di ingresso X e quella d'uscita Y possono essere dello stesso tipo ma possono essere anche di tipo diverso.

- Se ad esempio vogliamo rappresentare con l'algebra degli schemi a blocchi un circuito amplificatore di tensione, X rappresenta la tensione di entrata Ve, Y rappresenta la grandezza di uscita Vu, F rappresenta l'amplificazione di tensione Av di quel determinato circuito: F, in questo caso non ha dimensioni fisiche essendo espressa dal rapporto di due grandezze dello stesso tipo (due tensioni misurate in Volt).
- Se ad esempio vogliamo rappresentare con l'algebra degli schemi a blocchi un transistor bipolare BJT (funzionamento statico), X rappresenta la corrente di base Ib, Y rappresenta la corrente di collettore Ic, F rappresenta il guadagno di corrente statico h_{FE} del BJT.
- Se ad esempio vogliamo rappresentare con l'algebra degli schemi a blocchi il modello matematico che lega in un motore in corrente continua, la dipendenza fra tensione di armatura Va e velocità di rotazione n dell'albero motore, X rappresenta Va (tensione misurata in V), Y rappresenta n (velocità di rotazione dell'albero motore in giri/min.), F rappresenta la funzione di trasferimento che ovviamente verrà misurata in giri/min./V).
- Se vogliamo rappresentare con l'algebra degli schemi a blocchi un filtro passa alto CR, X rappresenta il segnale di entrata al filtro Ve, Y rappresenta il segnale in uscita al filtro Vr, F rappresenta la funzione di trasferimento del filtro passa alto.

Nodi sommatori (denominati anche nodi di confronto)

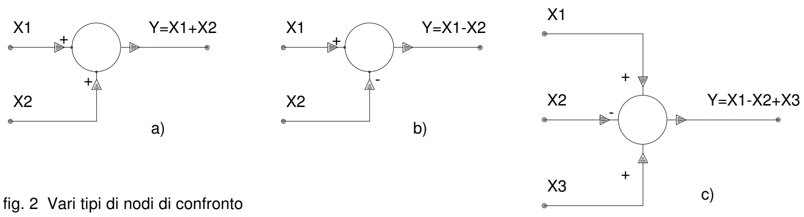

fig. 2 Vari tipi di nodi di confronto

In figura 2 sono riportati alcuni fra i più ricorrenti esempi di nodi di confronto che concretamente si incontrano nello studio di sistemi rappresentati attraverso l'Algebra degli schemi a blocchi. In fig. 2a viene presentato il nodo sommatore (due sono gli ingressi e una l'uscita). La grandezza d'uscita è la somma dei valori istantanei delle grandezze di ingresso. In fig. 2b viene presentato un nodo in cui viene eseguita la sottrazione fra i valori istantanei delle grandezze di ingresso; in fig. 2c la grandezza d'uscita si ottiene sommando fra di loro X1 ed X3 e sottraendo poi X2. Si rammenta che l'operazione di somma e di sottrazione può solo avvenire fra grandezze omogenee fra di loro, ossia dello stesso tipo: per cui se X1 è una pressione, anche X2, X3 e Y dovranno essere pressioni; se X1 è una tensione, anche X2, X3 e Y dovranno essere tensioni; se X1 è una corrente, anche X2,

X3 e Y dovranno essere correnti. I nodi sommatori che più frequentemente si incontrano in ambito elettronico sono nodi sommatori di tensione oppure nodi sommatori di corrente.
Il più semplice esempio di nodo sommatore di tensioni è una maglia costituita da due generatori V1 e V2 che diposti fra di loro in serie alimentano un resistore R (vedi fig. 3a). E' fin troppo evidente che Vr=V1+V2.

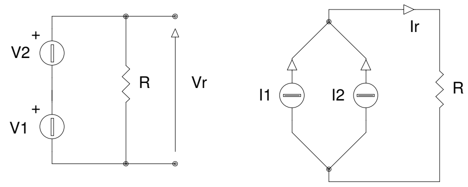

fig. 3 Esempi di nodi di confronto di natura elettrica

Il più semplice esempio di nodo sommatore di correnti è un nodo di una rete elettrica costituita da due generatori di corrente I1 e I2 che diposti fra di loro in parallelo alimentano un resistore R (vedi fig. 3b). E' fin troppo evidente che Ir=I1+I2.

I nodi sommatori che si incontrano nello specifico ambiente della teoria della regolazione vengono realizzati utilizzando le connessioni a) sommatore invertente b) sommatore non invertente c) connessione differenziale costruite con l'uso di Amplificatori Operazionali.

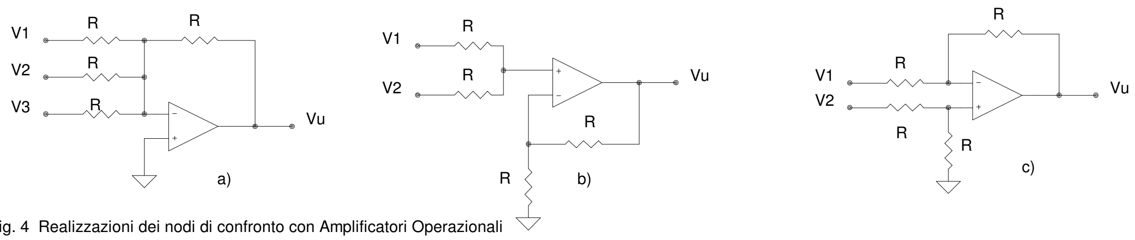

fig. 4 Realizzazioni dei nodi di confronto con Amplificatori Operazionali

Nel circuito di fig. 4 a è immeditato ricavare:

$$V_U = -(V_1 + V_2 + V_3)$$ sommatore invertente a tre ingressi 5.2

Nel circuito di fig. 4 b è immeditato ricavare:

$$V_U = V_1 + V_2$$ sommatore non invertente a due ingressi 5.3

Nel circuito di fig. 4 c è immeditato ricavare:

$$V_U = V_2 - V_1$$ differenziale (a due ingressi) 5.4

Blocchi connessi in cascata

Due blocchi A e B risultano connessi in cascata quando l'uscita del blocco A risulta collegata direttamente all'ingresso del blocco B (vedi fig. 5). In tal caso è facile dimostrare che la funzione di trasferimento complessiva del sistema è pari al prodotto delle funzioni di trasferimento dei singoli blocchi componenti.

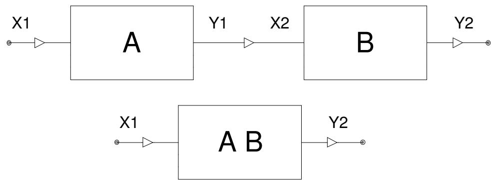

fig. 5 Blocchi in cascata

Infatti risulta:

$$\begin{aligned} Y_1 &= A \cdot X_1 \\ Y_2 &= B \cdot X_2 = AB \cdot X_1 \end{aligned} \qquad 5.5$$

da cui risulta:

$$\frac{Y_2}{X_1} = AB \qquad 5.6$$

Esempi :

- Lo schema di fig. 5 può rappresentare un amplificatore a due stadi: A rappresenta il blocco pre-amplificatore, B il blocco amplificatore finale. E' noto dall'Elettronica che il guadagno complessivo di due stadi amplificatori in cascata è dato dal prodotto dei singoli guadagni. Ossia: $A_{VT} = A_{V1} \cdot A_{V2}$

- Lo schema di fig. 5 può rappresentare un filtro passa-banda ottenuto collegando in cascata un filtro passa alto A (con frequenza di taglio f_1) ad un filtro passa basso B (con frequenza di taglio f_2). Nell'ipotesi che risulti $f_1<f_2$ è noto che tale connessione dà origine ad un filtro passa banda con banda passante $B=f_2-f_1$.
- Lo schema di fig. 5 può rappresentare una connessione Darlinghton : il blocco A rappresenta il transistor pilota, X1 la corrente di base I_{b1}, A rappresenta quindi il guadagno di corrente h_{FE1}, il blocco B rappresenta il transistor finale, X2 la corrente di base I_{b2}, B rappresenta perciò il guadagno di corrente h_{FE2}. Dallo studio dell'Elettronica è noto che il guadagno complessivo di corrente di una connessione Darlinghton è dato sia pure approssimativamente dalla relazione: $h_{FE} = h_{FE1} \cdot h_{FE2}$.

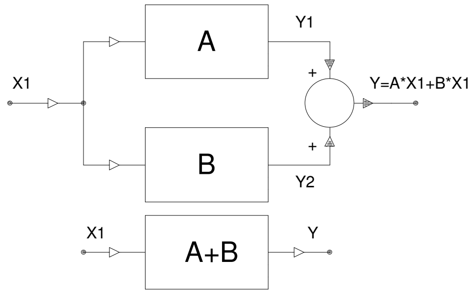

fig. 6 Blocchi in parallelo

Blocchi connessi in parallelo

Due blocchi A e B risultano connessi in parallelo quando la loro connessione è riconducibile allo schema di fig. 6. In tal caso è facile dimostrare che la funzione di trasferimento complessiva del sistema è pari alla somma delle funzioni di trasferimento dei singoli blocchi componenti.

$$Y_1 = A \cdot X_1$$
$$Y_2 = B \cdot X_1 \qquad 5.7$$
$$Y = Y_1 + Y_2 = A \cdot X_1 + B \cdot X_1$$

da cui risulta:

$$\frac{Y}{X_1} = (A + B) \qquad 5.8$$

Esempi :

- Lo schema di fig. 6 può rappresentare una connessione di due transistori bipolari BJT dello stesso tipo (due PNP oppure 2 NPN) collegati in parallelo (collettore 1 con collettore 2, base 1 con base 2, emettitore 1 con emettitore 2). Affrontando il problema da un punto di vista Elettronico, è immediato concludere che il guadagno di corrente complessivo del sistema è dato dalla espressione : $h_{FE} = h_{FE1} + h_{FE2}$

Blocchi connessi ad anello chiuso

Gli esempi di fig. 7 e 8 rappresentano blocchi retroazionati in quanto la grandezza di uscita Y al blocco A (catena diretta) viene riportata in ingresso attraverso l'uso di un blocco B (blocco di reazione); la grandezza R, in uscita al blocco di reazione B viene quindi confrontata alla grandezza di ingresso X; dal confronto (somma o differenza) nasce una grandezza E che agisce sull'ingresso del blocco A. Analizzando lo schema a blocchi di fig. 7 si può concludere:

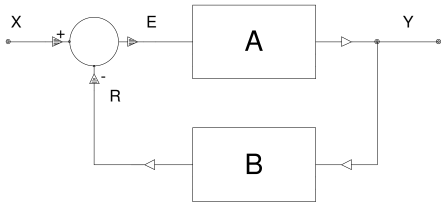

fig. 7 Sistema Retroazionato tipo A

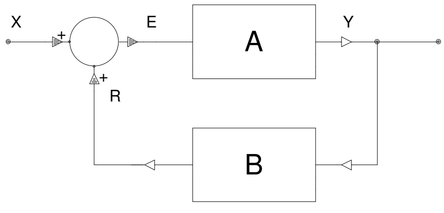

fig. 8 Sistema Retroazionato tipo B

$$E = X - R \qquad 5.9$$
$$Y = A \cdot E \qquad 5.10$$
$$R = B \cdot Y \qquad 5.11$$

Sostituendo l'espressione 5.9 nella 5.10 si ha:

$$Y = A \cdot E = A \cdot (X - R) = A \cdot X - A \cdot R \qquad 5.12$$

Sostituendo l'espressione 5.11 nella 5.12 si ha:

$$Y = A \cdot X - A \cdot R = A \cdot X - A \cdot B \cdot Y \qquad 5.13$$

da cui si ottiene:

$$Y + A \cdot B \cdot Y = Y(1 + A \cdot B) = A \cdot X \qquad 5.14$$

e quindi:

$$W = \frac{Y}{X} = \frac{A}{1 + A \cdot B} \qquad 5.15$$

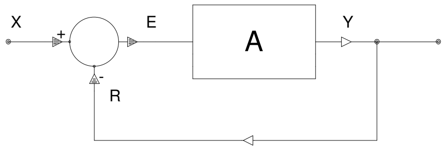

fig. 9 Sistema ad anello chiuso con retroazione unitaria

Le rappresentazioni di fig. 7 e fig. 8 sono relative a sistemi denominati ad anello chiuso (closed-loop) o sistemi reatroazionati (feed-back). Il prodotto AB prende il nome di guadagno d'anello (loop gain). W prende il nome di funzione di trasferimento del sistema retroazionato o ad anello chiuso. Il sistema ad anello chiuso di fig. 7 oppure 8 diventa ad anello aperto (open loop) se si elimina il segnale di retroazione R il che equivale a porre B=0 nella espressione 5.15. Il guadagno ad anello aperto viene indicato con la lettera G.

$$G = \left[\frac{A}{1 + AB}\right]_{B=0} = A \qquad 5.16$$

Nel caso particolare che il guadagno del blocco di retroazione H sia unitario l'espressione 5.15 assume la forma:

$$W = \frac{Y}{X} = \frac{A}{1 + A \cdot B} = \frac{A}{1 + A} \qquad 5.17$$

L'espressione 5.17 ci permette di dare una nuova ed interessante interpretazione alla espressione 5.15. Infatti risulta:

$$W = \frac{Y}{X} = \frac{A}{1 + A \cdot B} = \left(\frac{A \cdot B}{1 + A \cdot B}\right) \cdot \frac{1}{B} \qquad 5.18$$

*Un generico sistema ad anello chiuso può essere sempre pensato come costituito da due sistemi in cascata: il primo ad anello chiuso con tasso di retroazione unitario di guadagno A*B il secondo ad anello aperto con guadagno 1/B.*

Analizzando lo schema a blocchi di fig. 8 si può concludere quanto segue:

$$E = X + R \qquad 5.19$$

$$Y = A \cdot E \qquad 5.20$$

$$R = B \cdot Y \qquad 5.21$$

Sostituendo l'espressione 5.19 nella 5.20 si ha:

$$Y = AE = A(X + R) = AX + AR \qquad 5.22$$

Sostituendo l'espressione 5.21 nella 5.22 si ha:

$$Y = AX + AR = AX + ABY \qquad 5.23$$

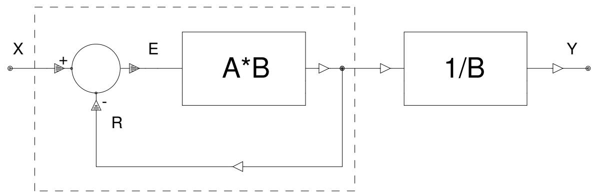

fig. 10 Scomposizione di un sistema retroazionato

da cui si ottiene:

$$Y - A \cdot B \cdot Y = Y(1 - A \cdot B) = A \cdot X \qquad 5.24$$

e quindi nel caso dello schema a blocchi di fig. 8 si ha:

$$W = \frac{Y}{X} = \frac{A}{1 - A \cdot B} \qquad 5.25$$

Tipi di retroazione: negativa e positiva

Un sistema può essere retroazionato positivamente o negativamente in modo indipendente dal tipo di rappresentazione a blocchi adottata (fig. 7 oppure fig. 8). Per stabilire se un sistema è retroazionato negativamente o positivamente è necessario fare alcune semplici considerazioni sullo schema a blocchi di fig. 11. Detto schema è stato ricavato da quello di fig. 7 aprendo l'anello nel tratto compreso fra nodo di confronto e blocco A.

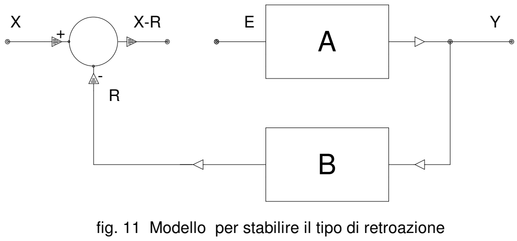

fig. 11 Modello per stabilire il tipo di retroazione

Il sistema si dice retroazionato negativamente se il modulo del segnale X-R risulta inferiore al modulo del segnale X; il segnale di retroazione R tende perciò ad indebolire o "degenerare" il segnale di ingresso X. Analizzando lo schema a blocchi di fig. 11 si ha:

$$R = E \cdot A \cdot B \qquad 5.26$$

$$E = X - R = X - E \cdot A \cdot B \qquad 5.27$$

da cui:

$$E = \frac{X}{1 + A \cdot B} \qquad 5.28$$

$$|E| = \frac{|X|}{|1 + A \cdot B|} \qquad 5.29$$

dovendo essere in caso di "retroazione negativa":

$$|E| < |X| \qquad |1 + A \cdot B| > 1 \qquad 5.30$$

da cui deriva :

$$|W| = \frac{|A|}{|1 + A \cdot B|} < |A| \qquad 5.31$$

Si osservi che, in caso di retroazione negativa il modulo della f.d.t. ad anello chiuso W risulta inferiore al modulo della f.d.t. ad anello aperto A da cui l'aggettivazione "degenerativa".

Il sistema si dice retroazionato positivamente se il modulo del segnale X-R risulta superiore al modulo del segnale X; il segnale di retroazione R tende perciò ad irrobustire o "rigenerare" il segnale di ingresso X.
Le condizioni perchè si instauri in un sistema "retroazione positiva" divengono le seguenti:

$$|E| > |X| \qquad |1 + A \cdot B| < 1 \qquad 5.32$$

da cui deriva :

$$|W| = \frac{|A|}{|1 + A \cdot B|} > |A| \qquad 5.33$$

Si osservi che, in caso di "retroazione positiva" il modulo della f.d.t. ad anello chiuso W risulta maggiore al modulo della f.d.t. ad anello aperto A.

Un caso particolare di "retroazione positiva" si ha allorquando $|1 + A \cdot B| = 0$ in tal caso il sistema si dice "oscillante" in quanto $|W| \to \infty$. In un "sistema oscillante" ho uscita finita Y in presenza di ingresso X nullo; il sistema da solo è in grado di autosostenere l'oscillazione in quanto è possibile eliminare del tutto l'ingresso X.

Osservazioni:

- *Le espressioni 5.15 e 5.25 sono ovviamente formalmente analoghe; la differenza nel risultato finale è unicamente da attribuire al fatto che esse provengono dalla analisi condotta su due schemi a blocchi di tipo diverso: quello di fig. 7 che utilizza come nodo di confronto un dispositivo differenziale mentre nello schema a blocchi di fig. 8 è presente un dispositivo sommatore.*
- *L'espressione 5.15 è di uso più comune nella trattazione dei Controlli Automatici, l'espressione 5.25 è più diffusa sui testi che analizzano i circuiti Oscillatori.*
- *Nella breve trattazione sui sistemi retroazionati negativamente si sono messi in evidenza solamente gli aspetti negativi (riduzione o "degenerazione" del segnale E, riduzione del guadagno). E' opportuno osservare che molti sono gli aspetti positivi presenti in tali sistemi; ci si limita ad elencarne alcuni: aumento della Banda passante, aumento della insensibilità ai disturbi, riduzione delle variazioni parametriche. La retroazione negativa è uno dei capitoli fondamentali dell'Elettronica applicata senza la quale non si sarebbero potuti costruire e produrre apparati elettronici precisi, affidabili e poco costosi.*
